

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІДОРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ
МАРІУПОЛЬСЬКИЙ МАШИНОБУДІВНИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ
ДЕРЖАВНОГО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ
«ПРИАЗОВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Варіанти контрольних робіт

З ДИСЦИПЛІНИ

Вища математика

«Технічне обслуговування і ремонт устаткування підприємств машинобудування»

Заочне відділення

2020

Контрольна робота.

Завдання 1. Розв'язати систему рівнянь двома способами: 1) методом Крамера; 2) методом Гауса; (попередньо підставити значення коефіцієнтів, відповідно до варіанта).

$$1) \begin{cases} bx + cy - az = b^2 \\ ax - by + cz = c^2 \\ cx + ay - bz = a^2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} cx + by - az = b^2 \\ -bx + ay + cz = c^2 \\ ax + cy - bz = a^2 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} cx - ay + bz = b^2 \\ -bx + cy + az = c^2 \\ ax + by - cz = a^2 \end{cases}$$

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	-1	-4	-4	2	-4	-5	3	3	3	-4	2	2	-1
b	3	2	2	6	2	-3	5	2	2	-1	3	2	1	-1	5
c	6	1	1	-3	6	2	1	-4	4	-2	1	1	4	2	-2

Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	-2	-2	-1	-2	4	1	5	2	-1	1	-1	4	3	1	2
b	-3	-3	-5	2	3	-5	2	5	-4	2	4	4	2	5	4
c	2	4	2	-3	-3	-2	0	1	3	4	1	-1	1	-1	-3

Завдання 2. Компланарні чи вектори a, b, c?

- | | | |
|---------------------|------------------|-------------------|
| 1. a=(3;3;1) | b=(1;-2;1) | c=(2;5;0) |
| 2. a=(3;1;-1) | b=(- 2 ; -1 ;0) | c=(5 ; 2 ; -1) |
| 3. a=(4;3;1) | b=(5;1;2) | c=(1;-2;1) |
| 4. a=(4;3 ;-5) | b=(6 ;7 ;4) | c=(2;0;-1) |
| 5. a=(3;7; 2) | b=(-2;0 ;-1) | c=(1; 7; 1) |
| 6. a=(1; -3 ; -7) | b=(3; 2; 1) | c=(-2; -5 ; -8) |
| 7. a=(1; -2; 6) | b=(-1; 4; -4) | c=(2; -6 ; 10) |
| 8. a=(6; -3 ; 4) | b=(2; 1 ;-2) | c=(-4; 4 ;-6) |
| 9. a=(-2;7 ;-1) | b=(-3 ;5 ;2) | c=(1;2 ;-3) |
| 10. a=(2;-3;1) | b=(4 ;5;3) | c=(-2 ;8 ;2) |
| 11. a=(-1;0 ;1) | b=(2;-7;1) | c=(-3;7;0) |
| 12. a=(1;-3;2) | b=(-2;7;3) | c=(-1;4;5) |
| 13. a=(-4;1;-2) | b=(1; 2 ;-7) | c=(-6; 6 ; 18) |
| 14. a=(-2 ; 5 ; 8) | b=(0;-1;2) | c=(-1 ; 2; 5) |
| 15. a=(3;-4 ;11) | b=(1; 2 ; 1) | c=(-2; 1 ;-5) |
| 16. a=(-4; 1;7) | b=(0 ;-5;-1) | c=(2; 2 ;-3) |
| 17. a=(-2;-4;1) | b=(0 ;2 ;-3) | c=(2; 6 ;-4) |
| 18. a=(4;-3;1) | b=(2 ;-1;1) | c=(2 ;-2;0) |
| 19. a=(-3;4;0) | b=(1;-1;2) | c=(5;-7;-2) |
| 20. a=(-3;-4;3) | b=(5; 2 ;-1) | c=(-2;2 ;-2) |
| 21. a=(-5;0;-2) | b=(1;-4;0) | c=(2;2;1) |
| 22. a=(1;5;-4) | b=(-3;1 ;2) | c=(1;-3;1) |
| 23. a=(-2;3;5) | b=(0;-1;1) | c=(1;-1;-3) |

- | | | |
|------------------|--------------|---------------|
| 24. a=(1;-5;-9) | b=(5; 1;-3) | c=(-3;2;6) |
| 25. a=(0;-1;4) | b=(-4;1;6) | c=(2;0;-5) |
| 26. a=(8;3;-2) | b=(-4;-1;8) | c=(-2;-1;-3) |
| 27. a=(4;-1;0) | b=(0;3;4) | c=(-2;2;2) |
| 28. a=(-1;2;-3) | b=(-5;8;-1) | c=(3;-5;2) |
| 29. a=(8;3;-2) | b=(-6;-1;0) | c=(2 ;2;-2) |
| 30. a=(-1;2;-3) | b=(5 ;-8;1) | c=(2;3;1). |

Завдання 3.

Обчислити об'єм тетраедра ABCD і висоту, опущену з вершини D на грань ABC.

- | | | | |
|-----------------|-------------|--------------|--------------|
| 1. A=(1;3;6) | B=(2;2;1) | C=(-1;0;1) | D=(-4;6;-3) |
| 2. A=(-4;2;6) | B=(2;-3;0) | C=(-10;5;8) | D=(-5;2;4) |
| 3. A=(7;2;4) | B=(7;-1;-2) | C=(3;3;1) | D=(-4;2;1) |
| 4. A=(2;1;4) | B=(-1;5;-2) | C=(-7;-3;2) | D=(-6;-3;6) |
| 5. A=(-5;-1;2) | B=(-6;0;-3) | C=(3;6;-3) | D=(-10;6;7) |
| 6. A=(0;-1;-1) | B=(-2;3;5) | C=(1;-5;-9) | D=(-1;-6;3) |
| 7. A=(5;2;0) | B=(2;5;0) | C=(1;2;4) | D=(-1;1;1) |
| 8. A=(2;-1;-2) | B=(1;2;1) | C=(5;0;-6) | D=(-10;9;-7) |
| 9. A=(-2;0;-4) | B=(-1;7;1) | C=(4;-8;-4) | D=(1;-4;6) |
| 10. A=(14;4;5) | B=(-5;-3;2) | C=(-2;-6;-3) | D=(-2;2;-1) |
| 11. A=(1;2;0) | B=(3;0;-3) | C=(5;2;6) | D=(8;4;-9) |
| 12. A=(2;-1;2) | B=(1;2;-1) | C=(3;2;1) | D=(-4;2;5) |
| 13. A=(2;-1;2) | B=(1;2;-1) | C=(3;2;1) | D=(-4;2;5) |
| 14. A=(2;3;1) | B=(4;1;-2) | C=(6;3;7) | D=(7;5;-3) |
| 15. A=(1;1;-1) | B=(2;3;1) | C=(3;2;1) | D=(5;9;-8) |
| 16. A=(1;5;-7) | B=(-3;6;3) | C=(-2;7;3) | D=(-4;8;-12) |
| 17. A=(-3;4;-7) | B=(1;5;-4) | C=(-5;-2;0) | D=(2;5;4) |
| 18. A=(-1;2;-3) | B=(4;-1;0) | C=(2;1;-2) | D=(3;4;5) |
| 19. A=(4;-1;3) | B=(-2;1;0) | C=(0;-5;1) | D=(3;2;-6) |
| 20. A=(1;-1;1) | B=(-2;0;3) | C=(2;1;-1) | D=(2;-2;-4) |
| 21. A=(1;2;0) | B=(1;-1;2) | C=(0;1;-1) | D=(-3;0;1) |
| 22. A=(1;0;2) | B=(1;2;-1) | C=(2;-2;1) | D=(2;1;0) |
| 23. A=(1;2;-3) | B=(1;0;1) | C=(-2;-1;6) | D=(0;-5;-4) |
| 24. A=(3;10;-1) | B=(-2;3;-5) | C=(-6;0;-3) | D=(1;-1;2) |
| 25. A=(1;2;0) | B=(3;0;-3) | C=(5;-2;6) | D=(-8;4;-9) |
| 26. A=(2;-1;1) | B=(-4;1;-2) | C=(6;3;7) | D=(-1;-4;5) |
| 27. A=(1;2;0) | B=(1;-1;2) | C=(0;1;-1) | D=(-3;4;1) |
| 28. A=(1;1;-2) | B=(-1;1;3) | C=(2;-2;-4) | D=(-1;0;2) |
| 29. A=(-2;0;4) | B=(-1;7;1) | C=(4;-8;-4) | D=(1;-4;6) |
| 30. A=(0;-1;-1) | B=(-2;3;5) | C=(1;-5;-7) | D=(-1;-6;3). |

Завдання 4. Знайти кут між прямою і площиною і точку їх перетинання:

- | | |
|--|---|
| 1. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}; x+2y+3z-14=0$ | 5. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}; 3x+y-5z-12=0$ |
| 2. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}; x+2y-5z+20=0$ | 6. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}; x+3y-5z+9=0$ |
| 3. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}; x-3y+7z-24=0$ | 7. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-14}; x-2y+5z+17=0$ |
| 4. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}; 2x-y+4z=0$ | 8. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}; x-2y+4z-19=0$ |

9. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-1}$; $2x - y + 3z + 23 = 0$
10. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}$; $2x - 3y - 5z - 7 = 0$
11. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$; $4x + 2y - z - 11 = 0$
12. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}$; $3x - 2y - 4z - 14 = 0$
13. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$; $x + 2y - z - 2 = 0$
14. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}$; $5x - y + 4z + 3 = 0$
15. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{3}$; $x + 3y + 5z - 42 = 0$
16. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$; $7x + y + 4z - 47 = 0$
17. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$; $2x + 3y + 7z - 52 = 0$
18. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$; $3x + 4y + 7z + 24 = 0$
19. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}$; $2x - 5y + 4z + 24 = 0$
20. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$; $x - 2y - 3z + 18 = 0$
21. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$; $x + 7y + 3z + 11 = 0$
22. $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$; $3x + 7y + 3z + 11 = 0$
23. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$; $4x + y - 6z - 5 = 0$
24. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-8}{0}$; $5x + 9y + 4z - 25 = 0$
25. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$; $3x - 2y + 5z - 3 = 0$
26. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}$; $x + 2y - 5z + 16 = 0$
27. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}$; $3x - 7y - 2z + 7 = 0$
28. $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$; $5x + 7y + 9z - 32 = 0$
29. $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$; $2x + y + 7z - 3 = 0$
30. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}$; $3x - y + 4z = 0$.

Завдання 5.

Привести до канонічного виду і побудувати графік:

- $x^2 + 2y^2 - 6x + 4y - 6 = 0$
- $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$
- $-x^2 + 8x + y - 1 = 0$
- $9x^2 + 4y^2 - 18x - 8y - 36 = 0$
- $4x^2 - y^2 + 8x - 2y - 3 = 0$
- $2x^2 + 3y^2 - 4x + 12y - 1 = 0$
- $6x^2 - 12x + y - 1 = 0$
- $2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y - 25 = 0$
- $x^2 - 9y^2 + 2x + 36y - 44 = 0$
- $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 3 = 0$
- $x^2 - 2x + y = 0$
- $2x^2 - 5y^2 - 12x + 10y - 13 = 0$
- $-3y^2 + x + 12y = 0$
- $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 35 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$
- $4x^2 + y^2 + 8x - 6y - 3 = 0$
- $2x^2 - 3y^2 + 8x + 12y - 28 = 0$
- $3x^2 - 12x + y = 0$
- $25x^2 + 16y^2 + 50x - 32y - 35 = 0$
- $x^2 - 8x + y - 12 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 + 16x - 36y - 20 = 0$
- $2x^2 + y^2 - 4x + 6y - 6 = 0$
- $-2x^2 - 4x + y + 5 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 + 8x - 18y - 36 = 0$
- $3x^2 - 12x + y - 5 = 0$
- $2x^2 + 3y^2 + 8x + 6y - 25 = 0$
- $2y^2 + x - 12y + 1 = 0$
- $2x^2 + y^2 - 4x + 6y - 6 = 0$
- $x^2 + y^2 - 8x + 16y - 20 = 0$

Завдання 6. Обчислити похідну функції.

$$1. \text{ a) } y = \frac{8x^4\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 7; \text{ б) } y = \ln \sqrt{\frac{1-3x^2}{1+3x^2}}; \text{ в) } y = \ln \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}; \text{ г) } y = \frac{2x}{\sqrt{1+x}} - 4\sqrt{1+x}.$$

$$2. \text{ a) } y = \frac{6x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^2} + 5; \text{ б) } y = (3-2x)\sqrt{3-4x^2}; \text{ в) } y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} - \operatorname{tg} \frac{x}{2}; \text{ г) } y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - 2 \sin^2 \frac{x}{2}.$$

$$3. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^2 + x^2}}; \text{ б) } y = 3^{\sqrt{x^2+1}} - e^{\ln \sqrt{x^2-4}} + \sqrt{7}; \text{ в) } y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}; \text{ г) } y = \ln \frac{x + \sqrt{1+x^2}}{x}.$$

$$4. \text{ a) } y = \sqrt[3]{(1-x)^2}; \text{ б) } y = \operatorname{arccctg} \frac{1-x^2}{2x}; \text{ в) } y^2 + x^4 = x^2; \text{ г) } y = \ln \frac{ae^x}{bx^2 + c}.$$

$$5. \text{ a) } y = (2-3x^2)\sqrt{3x^2+1}; \text{ б) } y = 3 \log_5 \sqrt[3]{3x-x^3} + \sqrt{\pi}; \text{ в) } y = \operatorname{arccctg} \frac{x+1}{x-1}; \text{ г) } y = 7^{\frac{1}{x+3}}.$$

$$6. \text{ a) } y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}; \text{ б) } y = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3; \text{ в) } y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2}; \text{ г) } y^2 + x^2 - 2y = 0.$$

$$7. \text{ a) } y = (2x+3)^{\operatorname{tg} x}; \text{ б) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}; \text{ в) } y = \frac{2x}{\sqrt{x^3-5x^2+3}}; \text{ г) } y = (3^{\cos 3x} - \sin^2 3x)^3.$$

$$8. \text{ a) } y = \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{2x-1}; \text{ б) } y = \ln \sqrt{\frac{x^2+3}{x^3+9x}}; \text{ в) } y = (x^3+2)^{\sin x}; \text{ г) } e^x - x - y^3 = 0.$$

$$9. \text{ a) } y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-6x-9}}; \text{ б) } y = (2^{\operatorname{arccctg} x} + \ln(1+x^2))^4; \text{ в) } y = \ln(\operatorname{tg} x^2); \text{ г) } y = \ln \sqrt[4]{\frac{3x^2+2}{x^3+2x}}.$$

$$10. \text{ a) } y = (1 + \cos x)^{x^2}; \text{ б) } \sin x - \operatorname{arctg} y = 0; \text{ в) } y = \frac{3x}{\sqrt{x^3-4x^2+1}}; \text{ г) } y = (2^{\arcsin x} + \arccos x)^4.$$

$$11. \text{ a) } y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x-1}; \text{ б) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{2x^2-2}{x^3-3x}}; \text{ в) } y = (x^2+1)^{\operatorname{arccctg} x}; \text{ г) } x + \ln x + \sqrt{3+2y} = 0.$$

$$12. \text{ a) } y = \frac{4x}{\sqrt{x^3+5x^2-2}}; \text{ б) } y = (5^{\operatorname{tg} 2x} - x^2)^3; \text{ в) } e^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{2x-1}}; \text{ г) } y = \ln \sqrt[4]{\frac{x^2+4}{x^3+12x}}.$$

$$13. \text{ a) } y = (\arcsin x)^{\sqrt{1-x^2}}; \text{ б) } \operatorname{ctg} x + \ln \sqrt{4y+1} = 0; \text{ в) } y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1-x^8}; \text{ г) } y = \log_2 \sin^2 x.$$

$$13. \text{ a) } y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2-16x-2}}; \text{ б) } y = (4^{\operatorname{tg} \sqrt{x}} + \sqrt{x})^3; \text{ в) } y = \arcsin \sqrt{1-4x^2}; \text{ г) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{3-x^2}{x^3-9x}}.$$

$$14. \text{ a) } y = (x + \sin x)^{x^3}; \text{ б) } e^x - x^2 - e^y = 0; \text{ в) } y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x-3}}; \text{ г) } y = (3^{\operatorname{arctg} 2x} - \ln(1+4x^2))^4.$$

$$15. \text{ a) } y = \ln \sin 2x^2; \text{ б) } y = \ln \sqrt[5]{\frac{4-3x^2}{x^3-4x}}; \text{ в) } y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{tg} 2x}; \text{ г) } 2x - \sin 2x - y^2 = 0.$$

$$16. \text{ a) } y = \frac{3x-8}{\sqrt{x^2+3x-4}}; \text{ б) } y = (2^{\cos^2 x} + \sin^2 x)^3; \text{ в) } y = e^{\arcsin \sqrt{1-x}}; \text{ г) } y = \ln \sqrt[4]{\frac{5-x^2}{x^3-15x}}.$$

$$17. \text{ a) } y = (x+1)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}; \text{ б) } \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{2y+3} = 0; \text{ в) } y = \frac{2x^3+5}{\sqrt{x^4+2x}}; \text{ г) } y = (4^{\arccos 2x} - \sqrt{1-4x^2})^3.$$

18. а) $y = \ln \arcsin \frac{2}{\sqrt{x}}$;б) $y = \ln \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2-3x}}$;в) $y = (\operatorname{ctg} 4x)^{\sin 4x}$;г) $\operatorname{tg} x - \sqrt{4y+5} + 2 = 0$.
19. а) $y = \frac{x^3-10}{\sqrt{x^4-8x}}$;б) $y = (6^{\operatorname{arctg} 3x} + \operatorname{arctg} 3x)^4$;в) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}}$;г) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{10-3x^2}{x^3-10x}}$.
20. а) $y = (x + \ln x)^{\frac{1}{x}}$;б) $x \ln x + e^y + 1 = 0$;в) $y = \ln \sqrt{2x^3+3} + \frac{2}{2x^3+3}$;г) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1}$.
21. а) $y = \operatorname{arcctg} \sqrt{x^2+1}$;б) $y = x \sin^2 4x$;в) $y = \frac{\arcsin 2x}{\ln x}$;г) $e^y = 4x - 7y$.
22. а) $y = \ln \cos \frac{3}{x}$;б) $y = \sqrt{1 + \sin^2 x}$;в) $y = e^{\operatorname{arctg} 2x} \operatorname{tg} 4x$;г) $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x$.
23. а) $y = e^{\cos^3 2x}$;б) $y = \frac{x^3}{x^2-1}$;в) $y = \operatorname{arctg}(\ln(x^4+1))$;г) $xy = \operatorname{ctg}(x-y)$.
24. а) $y = \sqrt{1 + \ln^2 x}$;б) $y = \frac{1}{\pi} \arcsin(\operatorname{tg} 2x)$;в) $y = \frac{e^{x^3}}{x^2+1}$;г) $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.
25. а) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$;б) $y = (\sin^2 4x) \ln x$;в) $y = e^{\arcsin^2 4x}$;г) $y^3 = \operatorname{tg}(x+y)$.
26. а) $y = \frac{\sin^2 3x}{3}$;б) $y = \ln \cos e^{2x}$;в) $y = \sqrt[4]{\operatorname{arctg} 4x}$;г) $\sin y = xy^2 + 5$.
27. а) $y = x^3 e^{\operatorname{tg} 3x}$;б) $y = \ln \sin \sqrt{x^2+1}$;в) $y = \arcsin \sqrt{1-x^2}$;г) $y = x^{\ln x}$.
28. а) $y = \operatorname{arctg}^{-2} x$;б) $y = 2^{-x} \cos 4x$;в) $y = \ln \operatorname{tge}^{4x}$;г) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{5}$.
29. а) $y = \frac{\ln^5 x}{x}$;б) $y = x^2 \sin^2 3x$;в) $y = e^{\arcsin \sqrt{x}}$;г) $y = 2 \operatorname{tg}^3(x^2+1)$.
30. а) $y = \frac{\ln^5 x}{x}$;б) $y = x^2 \sin^2 3x$;в) $y = e^{\arcsin \sqrt{x}}$;г) $y = 2 \operatorname{tg}^3(x^2+1)$.

Завдання 7. Досліджувати на екстремум, знайти точки перегину і побудувати графік функції, а також скласти рівняння дотичної і нормалі до кривої в точці, де $x_0=1$.

$$1. y = -\left(\frac{x^2}{6}\right) - \left(\frac{x^2}{4}\right) + x$$

$$2. y = \left(\frac{x^4}{4}\right) - 8x$$

$$3. y = -\left(\frac{x^3}{3}\right) - (x^2) - 3x + 4$$

$$4. y = (x-1)^3 - 3(x-1)$$

$$5. y = 18 \cdot (x^2) + 8 \cdot (x^2) - 3(x^4)$$

$$6. y = \left(\frac{x^4}{4}\right) - x^3$$

$$7. y = 3 \cdot (x^4) - 8 \cdot (x^3) + 6 \cdot (x^2)$$

$$8. y = 1 + 4 \cdot (x^2) - 3 \cdot (x^4)$$

$$9. y = \left(\frac{1}{5}\right) \cdot (x^5) - \left(\frac{5}{3}\right) \cdot (x^3) + 4x + 1$$

$$10. y = (x^4) - 4 \cdot (x^2) + 5$$

$$11. y = (x^3) - 3 \cdot (x^2) + 2$$

$$12. y = \left(\frac{x^4}{4}\right) - \frac{5 \cdot (x^2)}{2} + \frac{9}{4}$$

$$13. y = (x^3) - 3 \cdot (x^2) + 7$$

$$14. y = 3 \cdot x^4 - 4 \cdot (x^3) + 1$$

$$15. y = 2 \cdot (x^3) - 6x + 3$$

$$16. y = (-x^3) + 3x$$

17. $y = (x^3) - 5 \cdot (x^2) + 3x + 1$

19. $y = -\left(\frac{2}{3}\right) \cdot (x^3) + 2x - \frac{4}{3}$

21. $y = (x^4) - 8 \cdot (x^2) + 16$

23. $y = 2 \cdot (x^3) + 3 \cdot (x^2) + 1$

25. $y = (x^3) - 3 \cdot (x^2)$

27. $y = (x^4) - 4 \cdot (x^2)$

29. $y = 2 + (x^2) - \left(\frac{x^4}{2}\right)$

18. $y = 2 \cdot (x^3) - 6 \cdot (x^2) + 3$

20. $y = 8 \cdot (x^2) - 6x$

22. $y = \left(\frac{x^4}{4}\right) + \left(\frac{x^3}{3}\right) - 3 \cdot (x^2)$

24. $y = (x^3) + 1,5 \cdot (x^2)$

26. $y = (x^3) - 1,5 \cdot (x^4)$

28. $y = \left(\frac{x^3}{3}\right) - 2 \cdot (x^4) + 3x + 1$

30. $y = \frac{6 \cdot (x^2) - (x^4)}{4}$

Завдання 8. Знайти найбільше і найменше значення функції на відрізку.

1. $y = \ln(x^2 - 2x + 2); [0; 3]$ 2. $y = 3x(x^2 + 1)^{-1}; [0; 5]$ 3. $y = x \cdot e^x; [-2; 0]$ 4. $y = \frac{x}{9 - x^2}; [-2; 2]$

5. $y = \frac{\ln x}{x}; [1; e]$ 6. $y = 108x - x^4; [-1; 4]$ 7. $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1; [-2; 2,5]$ 8. $y = x - 2 \ln x; [1; e]$

9. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2; [-2; 4]$ 10. $y = \frac{x^5 - 8}{x^4}; [-3; -1]$ 11. $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}; [-1; 2]$

12. $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}; [-1; 6]$ 13. $y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2}; [1; 4]$ 14. $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8; [-1; 7]$

15. $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}; [1; 5]$ 16. $y = \frac{4x}{4+x^2}; [-4; 2]$ 17. $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8; [-4; -1]$

18. $y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}; [-2; 4]$ 19. $y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}; [-2; 1]$ 20. $y = -\frac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}; [-5; 1]$

21. $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}; [0; 4]$ 22. $y = \frac{x^2 - 2x + 16}{x-1} - 13; [2; 5]$ 23. $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1; [0; 6]$

24. $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2; [1; 5]$ 25. $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}; [-3; 4]$ 26. $y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15; [0,5; 2]$

27. $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(x-4)} + 3; [-4; 2]$ 28. $y = x^2 + 4x + \frac{16}{x+2} - 9; [-1; 2]$ 29. $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15; [-2; -0,5]$

30. $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}; [-2; 5]$

Завдання 9.

Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями. Побудуйте графік.

1. $y = x^2; y = 3x + 4$ 2. $y = \sqrt{x}; y = x^5$ 3. $y = x^3; y = 2x$ 4. $y = 4 - x^2; y = 0$ 5. $y = 2x - \frac{x^2}{4}; y = \frac{x}{4} + \frac{3}{2}$

6. $y = x^2; y = \sqrt{x}$ 7. $y = x^2 - 4x + 5; x - y + 5 = 0$ 8. $y = x^2 - 4x + 4; y = x$ 9. $y = 3x - \frac{x^2}{2}; y = x$

$$10. y = \frac{x^3}{3}; y = 3x \quad 11. y = \frac{4}{x}; x + y - 5 = 0 \quad 12. y = \frac{8}{x}; x + y - 9 = 0 \quad 13. y = x^3; y = 2x$$

$$14. y = x^2 - 2x + 3; x - y + 3 = 0 \quad 15. y = x^2 - 4x; x = 0; x = 5; y = 0 \quad 16. y = -x^2 + 4x; y = 0$$

$$17. y = -\frac{x^2}{4} + x + 3; y = 0 \quad 18. y = x^2; y = -3x \quad 19. y = 3x^2 + 1; y = 3x + 7 \quad 20. y = x^3; y = \sqrt{x}$$

$$21. y = -x^2 + 2x; y = 0 \quad 22. xy - 4 = 0; x = 1; x = 4; y = 0 \quad 23. x^3 - 4y = 0; y = 0; x = 2$$

$$24. 2y - x^3 = 0; y = 0; x + 1 = 0; x - 2 = 0 \quad 25. xy = 1; x = 2; x = 3 \quad 26. y = \frac{1}{4}x^3; y = x$$

$$27. y = x^2 - 6x + 5; y = 0 \quad 28. xy - 2 = 0; x = 1; x = 4 \quad 29. y = \sqrt{2x}; x = 1; x = 9 \quad 30. y = x^2; y = 3 - 2x$$

Завдання 10. Знайти загальні рішення диференціальних рівнянь.

$$1. xy' + y = y^2 \quad 2. y(1+x) - (1-y)xy' = 0 \quad 3. x(y^2 + 1)dx - (1-x^2)ydy = 0 \quad 4. x^2 y - y = y^2$$

$$5. xyy' = 1 - x^2 \quad 6. y' + \frac{2}{x}y = x^3 \quad 7. y' + y = e^x \quad 8. y' + 2xy = xe^{-x} \quad 9. y - xy' = 1 + x^2 \quad 10. xy' + y = 3$$

$$11. y'tgx - y = 2 \quad 12. (1+y) - (1-x)y' = 0 \quad 13. (1+x^2)y' - \sqrt{1-y^2} = 0 \quad 14. x^2 y' + (y-2) = 0$$

$$15. y-1 = x(x+1)y' \quad 16. y' - \frac{2x}{1+x^2}y = 1 \quad 17. y' + 2xy = -4x \quad 18. xy' - 2y = 2x^4$$

$$19. y' - yctgx = \sin x \quad 20. y' + \frac{y}{1+x} = -x^2 \quad 21. y' - 2y = \frac{e^{2x}}{x^4} \quad 22. xy' = y + xe^{\frac{2y}{x}} \quad 23. y' = xy^3 + 4xy$$

$$24. y' = \frac{xy + \sqrt{xy^3}}{x^2} \quad 25. y' = -\frac{y}{x} + \frac{\cos 6x}{x} \quad 26. y' = \frac{x \sin 2x \sqrt{y^2 + 4}}{y} \quad 27. y' = \frac{2y^3 - xy^2}{x^3}$$

$$28. y' - \frac{y}{x+2} = x \quad 29. y' = yctgx + 2x \sin x \quad 30. y' + \frac{2y}{x} = \frac{\ln x}{x^4}$$